

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
 «Московский авиационный институт  
 (национальный исследовательский университет)»

Актуализировано 24 ДЕК 2018

Проректор МАИ  Д.А.Козорез

УТВЕРЖДАЮ  
 Проректор по учебной работе

Козорез Д.А.  
 “ 30 “ 08 2018

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (000089524)**

**Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление**

(указывается наименование дисциплины по учебному плану)

**Специальность** 24.05.03 Испытание летательных аппаратов

**Квалификации выпускника** Инженер

**Специализация подготовки** Летные испытания пилотируемых авиационных и воздушно-космических летательных аппаратов

**Форма обучения** очная  
(очно, очно-заочное, заочное)

**Выпускающая кафедра** A11

**Обеспечивающая кафедра** A11

**Кафедра-разработчик рабочей программы** A11

Семестр	З.Е.	Трудоемкость, час.	Лекций, час.	Практич. занятий, час.	Лаборат. работ, час.	КСР, час.	СРС, час.	Экзаменов, час.	Форма промежуточного контроля
4	4	144	26	26	0	0	56	36	Э
<b>Итого</b>	<b>4</b>	<b>144</b>	<b>26</b>	<b>26</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>56</b>	<b>36</b>	

Москва  
 2018

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Разделы рабочей программы

1. Цели освоения дисциплины. Перечень планируемых результатов обучения.
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.
3. Структура и содержание дисциплины.
4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.
5. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.
6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.
8. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.
9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.
10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

### Приложения к рабочей программе дисциплины

Приложение 1. Аннотация рабочей программы

Приложение 2. Прикрепленные файлы

Программа составлена в соответствии с требованиями СУОС НИУ МАИ, разработанного на основе ФГОС ВО по специальности 24.05.03 Испытание летательных аппаратов

---

Авторы программы:

Михайлова Ю.А.

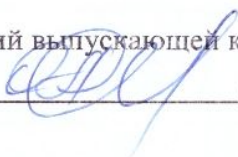


Заведующий обеспечивающей кафедрой А11



Программа одобрена:

Заведующий выпускающей кафедрой А11



О.А. Балык

Директор выпускающего филиала



А.В. Жиделев

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ И РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ.

Целью освоения дисциплины Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление является достижение следующих результатов освоения (РО):

№	Шифр	Результат освоения
1	У-4 (ОПК-2)	Уметь применять действующие стандарты, положения и инструкции по оформлению технической документации
2	В-1 (ОПК-3)	Владеть методами приобретения новых знаний в области естественных наук и математики, используя современные образовательные и информационные технологии для решения инженерных задач профессиональной деятельности
3	З-3 (ОПК-3)	Знать основные математические методы, используемые для решения инженерных задач;
4	У-1 (ОПК-3)	Уметь выбрать метод решения задачи;
5	У-1 (ОПК-4)	Уметь использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики в профессиональной деятельности для решения инженерных задач проектирования
6	В-1 (ПК-25)	Владеть навыками генерирования идей, решения задач по созданию теоретических моделей, позволяющих прогнозировать изменение свойств объектов профессиональной деятельности

Перечисленные РО являются основой для формирования следующих компетенций:

№	Шифр	Компетенция
1	ОПК-2	Готовность представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики для использования при решении инженерных задач
2	ОПК-3	Готовность приобретать новые знания в области естественных наук и математики, используя современные образовательные и информационные технологии для решения инженерных задач профессиональной деятельности
3	ОПК-4	Готовность использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики в профессиональной деятельности для решения инженерных задач проектирования (разработки, технологического обеспечения, обслуживания и т.п.)
4	ПК-25	Способность генерирования идей, решения задач по созданию теоретических моделей, позволяющих прогнозировать изменение свойств объектов профессиональной деятельности

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.

Дисциплина Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление является предшествующей и последующей для следующих дисциплин:

№	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины
1	Математический анализ	Химия
2	Вычислительная математика	Теория оптимизации и численные методы
3	Информатика	Итоговая гос. аттестация
4	Теория вероятностей и математическая статистика	Производственная практика II и научно-исследовательская работа
5	Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Динамика полета
6	Дифференциальные уравнения	Метрология и стандартизация
7	Инженерная графика	Сопrotивление материалов
8	Физика	Термодинамика и теплопередача
9		Гидродинамика (Прикладная газодинамика)

## 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы), 144 часа(ов).

Модуль	Раздел	Лекции	Практич. занятия	Лаборат. работы	КСР	СРС	Всего часов	Всего с экзаменами и курсовыми
Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление	Комплексная плоскость	8	8	0	0	16	32	144
	Интегрирование функций комплексного переменного	8	8	0	0	14	30	
	Ряды функций комплексного переменного	4	2	0	0	4	10	
	Вычеты	2	2	0	0	4	8	
	Операционное исчисление	2	2	0	0	12	16	
	Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом	2	4	0	0	6	12	
<b>Всего</b>		<b>26</b>	<b>26</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>56</b>	<b>108</b>	<b>144</b>

### 3.1.Содержание (дидактика) дисциплины

*В разделе приводится полный перечень дидактических единиц, подлежащих усвоению при изучении данной дисциплины.*

- 1. Определение и формы записи комплексного числа
- 2. Функции комплексного переменного
- 3. Аналитические и гармонические функции комплексного переменного
- 4. Интеграл от функции комплексного переменного
- 5. Теоремы Коши. Интегральные формулы Коши
- 6. Степенные ряды функций комплексного переменного
- 7. Изолированные особые точки
- 8. Вычеты. Теоремы о вычетах
- 9. Преобразование Лапласа. Операционное исчисление.
- 10. Свёртка оригиналов. Теорема Бореля. Формула Дюамеля
- 11. Приложения операционного исчисления к решению задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений и систем

### 3.2.Лекции

№	Раздел	Объем,	Тема лекции	Дидакт.
---	--------	--------	-------------	---------

п/п	дисциплины	часов		единицы
1	1.1.Комплексная плоскость	4	Определение и формы записи комплексного числа. Бесконечно – удаленная точка. Функции комплексного переменного	1, 2
2	1.1.Комплексная плоскость	4	Аналитические и гармонические ФКП. Условия Коши – Римана.	3
3	1.2.Интегрирование функций комплексного переменного	4	Интегрирование ФКП.	4
4	1.2.Интегрирование функций комплексного переменного	4	Интегральные теоремы Коши. Интегральные формулы Коши.	5
5	1.3.Ряды функций комплексного переменного	4	Степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки	6, 7
6	1.4.Вычеты	2	Вычеты. Основная и обобщенная теоремы о вычетах.	8
7	1.5.Операционное исчисление	2	Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, понятия оригинала и изображения. Обратное преобразование Лапласа.	9, 10
8	1.6.Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом	2	Приложение операционного исчисления к решению задачи Коши.	11
<b>Итого:</b>		<b>26</b>		

### 3.3.Содержание лекций.

#### 1.1.1. Определение и формы записи комплексного числа. Бесконечно – удаленная точка. Функции комплексного переменного (АЗ: 4, СРС: 4)

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Определение и формы записи комплексного числа. Окрестность точки на комплексной плоскости. Бесконечно – удаленная точка.

#### 1.1.3. Аналитические и гармонические ФКП. Условия Коши – Римана. (АЗ: 4, СРС: 4)

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Функции комплексного переменного (ФКП), предел, непрерывность, производная. Элементарные ФКП. Примеры элементарных ФКП и обратных к ним. Аналитические и гармонические ФКП. Условия Коши – Римана.

#### 1.2.1. Интегрирование ФКП. (АЗ: 4, СРС: 4)

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Интеграл ФКП, существование, вычисление

### **1.2.2. Интегральные теоремы Коши. Интегральные формулы Коши. (АЗ: 4, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Основная теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Интегральные формулы Коши. Производная высших порядков от аналитических ФКП.

### **1.3.1. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки (АЗ: 4, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Степенные ряды ФКП. Аналитические суммы степенного ряда. Ряд Тейлора. Теорема Абеля. Ряд Лорана. Теорема о сходимости и единственности. Нули аналитических функций. Изолированные особые точки. Поведение ФКП в окрестности изолированных особых точек. Правила определения характера особых точек.

### **1.4.1. Вычеты. Основная и обобщенная теоремы о вычетах. (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Вычеты. Формулы вычисления вычетов в конечных полюсах. Основная теорема о вычетах. Обобщенная теорема о вычетах. Вычисление интегралов и помощью вычетов.

### **1.5.1. Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, понятия оригинала и изображения. Обратное преобразование Лапласа. (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, понятие оригинала. Теорема существования. Изображение элементарных функций. Свойства преобразования Лапласа. Свёртка оригиналов. Теорема Бореля. Формула Дюамеля. Обращение преобразования Лапласа. Формула Римана - Мелина. Теоремы разложения.

### **1.6.1. Приложение операционного исчисления к решению задачи Коши. (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Приложения операционного исчисления к решению задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

### 3.4. Практические занятия

№ п/п	Раздел дисциплины	Объем, часов	Тема практического занятия	Дидакт. единицы
1	1.1. Комплексная плоскость	4	Комплексные число и плоскость. Операции и формы представления. Выделение действительной и мнимой частей.	1, 2
2	1.1. Комплексная плоскость	4	Определение аналитических и гармонических ФКП	3
3	1.2. Интегрирование функций комплексного переменного	4	Методы интегрирования ФКП.	4
4	1.2. Интегрирование функций комплексного переменного	4	Использование теорем Коши для односвязной и многосвязной области. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши	5
5	1.3. Ряды функций комплексного переменного	2	Разложение ФКП в степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Определение характера особых точек	6, 7
6	1.4. Вычеты	2	Правила вычисления вычетов	8
7	1.5. Операционное исчисление	2	Операционное исчисление. Поиск изображений. Обратное преобразование Лапласа. Восстановление оригиналов по изображению	9, 10
8	1.6. Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом	2	Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем операционным методом	11
9	1.6. Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом	2	Итоговая контрольная работа	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
<b>Итого:</b>		<b>26</b>		

### 3.5. Содержание практических занятий

**1.1.1. Комплексные число и плоскость. Операции и формы представления. Выделение действительной и мнимой частей.** (АЗ: 4, СРС: 2)

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Различные формы представления КЧ, операции над КЧ.

**1.1.2. Определение аналитических и гармонических ФКП** (АЗ: 4, СРС: 2)

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Выделение действительной и мнимой частей ФКП, условия Коши-Римана для определения аналитичности функции.

### **1.2.1. Методы интегрирования ФКП. (А3: 4, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Вычисление интегралов от различных ФКП.

### **1.2.2. Использование теорем Коши для односвязной и многосвязной области. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши (А3: 4, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Вычисление интегралов от различных ФКП с помощью интегральных теорем и формул Коши.

### **1.3.1. Разложение ФКП в степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Определение характера особых точек (А3: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Способы разложения ФКП в степенные ряды.

### **1.4.1. Правила вычисления вычетов (А3: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** рассмотрение методов и правил вычисления вычетов от различных ФКП.

### **1.5.1. Операционное исчисление. Поиск изображений. Обратное преобразование Лапласа. Восстановление оригиналов по изображению (А3: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Вычисление изображений и оригиналов различными способами: по определению, с помощью таблиц соответствия, с помощью вычетов.

### **1.6.1. Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем операционным методом (А3: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** применение операционного исчисления для решения ДУ.

### **1.6.2. Итоговая контрольная работа (А3: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** контрольная работа по всем темам дисциплины.

## **3.6. Промежуточная аттестация**

### **1. Экзамен (4 семестр)**

Вопросы к экзамену по дисциплине «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление» приведены в прил. 2.1.

## **4. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Основная и дополнительная литература по дисциплине
  2. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».
  3. Ресурсы научно-технической библиотеки МАИ.
  4. Информационные стенды кафедры.
- Типовые задания по дисциплине «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление» приведены в прил. 2.2.
- Вопросы для самостоятельной работы по темам приведены в прил. 2.3.
- Задания для самостоятельной работы обучающихся приведены в прил. 2.4.



1. Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление» для студентов очной, очно - заочной формы обучения., филиал «Взлет» МАИ, стр. 25

## **5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Раздел формируется на основании Положения о фонде оценочных средств в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», утвержденном приказом ректора № 334 от 24.04.2018 г. (п. 5.4.1) и включает:

1) перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;

2) описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;

3) типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;

4) методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

**5.1 Перечень компетенций и этапы их формирования приведены в следующей таблице:**

<b>№</b>	<b>Шифр</b>	<b>Компетенция</b>	<b>Этапы формирования компетенции</b>
1	ОПК-2	Готовность представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики для использования при решении инженерных задач	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа по разделам РПД, в соответствующем семестре
2	ОПК-3	Готовность приобретать новые знания в области естественных наук и математики, используя современные образовательные и информационные технологии для решения инженерных задач профессиональной деятельности	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа по разделам РПД, в соответствующем семестре
	ОПК-4	Готовность использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики в профессиональной деятельности для решения инженерных задач проектирования (разработки, технологического обеспечения, обслуживания и т.п.)	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа по разделам РПД, в соответствующем семестре
	ПК-25	Способность генерирования идей, решения задач по созданию теоретических моделей, позволяющих прогнозировать изменение свойств объектов профессиональной деятельности	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа по разделам РПД, в соответствующем семестре

## 5.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания:

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, а также описание шкал оценивания, в соответствии с видом контроля успеваемости обучающегося, сформулировано в п.п. 7.3...7.5.3 Положения о фонде оценочных средств в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», утвержденном приказом ректора № 334 от 24.04.2018 г.

## 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы:

Формы оценочных средств текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Текущий контроль успеваемости</i>			
1.	Текущее тестирование	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или модуля дисциплины, организованное в виде письменного либо автоматизированного выполнения заданий, содержащих теоретические вопросы либо практические задания (задачи). Рекомендуется для оценки знаний и умений студентов.	Комплект контрольных тестов, заданий (прил. 2.2)
2.	Практическое задание	Средство проверки умений применять полученные знания с использованием определенных методик для решения задач или заданий по учебному модулю или дисциплине в целом. Рекомендуется для оценки умений студентов.	Перечень практических заданий (раздел 3)
<i>Промежуточная аттестация</i>			
3.	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения и владения обучающегося по учебной дисциплине. Рекомендуется для оценки знаний, умений и владений студентов.	Комплект вопросов для обсуждения к зачету (прил. 2.1)

## 5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, в соответствии с видом контроля успеваемости обучающегося, могут быть выбраны из:

- п.7.5 Положения о фонде оценочных средств в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», утвержденного приказом ректора № 334 от 24.04.2018 г.

- п. 2 Положения о балльно-рейтинговой системе оценки результатов обучения по дисциплине, утвержденного приказом ректора № 42 от 04.02.2014 г.

## 6. 6. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости [Краснов М.Л.](#), [Киселев А.И.](#), [Макаренко Г.И.](#) М.: Наука, 1971
2. Введение в теория функций комплексного переменного И.И. Привалов Москва «Наука» 1984

*Литература из электронного каталога:*

1. Пантелеев А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах : учеб. пособие для вузов по направл. "Прикл. математика" / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. - 3-е изд., испр. - СПб.; М.; Краснодар : Лань, 2015. - 446 с.

Ссылка на ресурс: <http://elibrary.mai.ru/MegaPro/Download/ToView/7927>

2. Пантелеев А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие для вузов / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. - Изд. 2-е ; стер. - М. : Высш. шк., 2007. - 448 с.

Ссылка на ресурс: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25047149>

б) дополнительная литература:

1. Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты). — М: Высшая школа, 1983
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) — СПб.: Лань, 2011

## 7. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Для обеспечения образовательного процесса по дисциплине обучающимся предоставляется возможность круглосуточного дистанционного индивидуального доступа к электронным библиотечным системам из любой точки, в которой имеется доступ к сети «Интернет».

№№	Наименование ресурса	Интернет-ссылка на ресурс
1	Электронная библиотека МАИ (собственность МАИ)	<a href="http://elibrary.mai.ru/MegaPro2/Web">http://elibrary.mai.ru/MegaPro2/Web</a>
2	Электронная библиотечная система ЮРАЙТ ЭБС «Легендарные книги» ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ»	<a href="http://biblio-online.ru">http://biblio-online.ru</a> , <a href="https://biblio-online.ru/catalog/legendary">https://biblio-online.ru/catalog/legendary</a>
3	Электронная библиотечная система «Лань» ООО «Издательство Лань»	<a href="http://e.lanbook.com">e.lanbook.com</a>
4	Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM» ООО «Научно-издательского центра ИНФРА-М»	<a href="http://znanium.com">http://znanium.com</a>
5	Электронная библиотечная система eLIBRARY ООО «РУНЭБ»	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>
6	Библиотека РФФИ	<a href="http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library">http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library</a>
7	Единое окно доступа к образовательным ресурсам	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
8	Система проверки на заимствования «РУКОНТ» ООО «Национальный цифровой ресурс «Руконт»	<a href="http://text.rucont.ru">http://text.rucont.ru</a>
9	НИ НЭИКОН	<a href="http://archive.neicon.ru">http://archive.neicon.ru</a>

№№	Наименование ресурса	Интернет-ссылка на ресурс
	Некоммерческое партнерство «Национальный Электронно-Информационный Консорциум»	
10	<b>Научные полнотекстовые ресурсы издательства Springer (архив)</b> Springer Customer Service Center GmbH, обеспечение доступа ФГБУ «ГПНТБ России»	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
11	<b>Международная система цитирования Web Of Science</b> Правообладатель - Thomson Reuters, с 03.10.2016 г. - Clarivate Analytics, обеспечение доступа ФГБУ «ГПНТБ России»	<a href="http://www.webofscience.com">www.webofscience.com</a>
12	<b>Международная система цитирования Scopus</b> Издательство Elsevier, обеспечение доступа ФГБУ «ГПНТБ России»	<a href="http://scopus.com">http://scopus.com</a>

## 8.МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучение дисциплине проводится в форме аудиторных (лекции, практические занятия) и самостоятельных занятий. Цель аудиторных занятий – дать систематические знания по дисциплине и закрепить их с помощью и под контролем преподавателя во время практических занятий и лабораторных работ. Цель самостоятельной работы – получить более глубокие знания в ходе изучения литературы и других материалов по дисциплине, при выполнении домашних заданий и в процессе подготовки и оформления лабораторных работ.

**Лекции.** Опыт показывает, что студенты, слабо посещающие лекции, гораздо хуже разбираются в материале, испытывают затруднения при необходимости применить лекционный материал на практике, а на подготовку к экзаменам тратят гораздо больше времени. Следовательно, посещать лекции – в интересах студентов. Во время лекций полезно вести краткий конспект: во-первых, в работу включается моторная память, во-вторых, конспект даёт возможность быстро освежить материал, в-третьих, навык выбора и фиксации наиболее важных элементов лекции полезен, если профессия студента будет связана с созданием программных систем.

Лекция знакомит студента с новым учебным материалом, структурирует его представление о предмете, тем самым давая возможность эффективнее обогащать свои знания при самостоятельной работе. Лектор получает возможность поделиться опытом работы, который нередко невозможно получить другим путём: далеко не всё, что знает специалист, можно найти в литературе.

**Практические занятия.** Работа на практических занятиях проводится в достаточно свободной обстановке, когда студенты имеют возможность выбирать разные пути решения задачи. Прежде чем воспользоваться помощью преподавателя, студенты обсуждают задачу между собой, используя при этом имеющийся теоретический материал. Нужно иметь в виду, что, пропуская занятия, студент ставит себя в сложное положение, вплоть до срыва сессии.

**Подготовка к лекции.** В силу специфики дисциплины темы лекций редко бывают изолированными или короткими, объёмом в одно занятие. Обычно текущая лекция в

значительной мере опирается на предыдущий материал, особенно на последнюю лекцию. Так что знакомство с нею даст возможность гораздо эффективнее работать на занятиях.

**Подготовка к практическим занятиям.** На практических занятиях от студента требуется активная работа, которая без подготовки практически невозможна. Нужно, помимо знакомства с теоретическим материалом, выполнить работы, заданные на дом, уточнить методы решения рассматриваемых задач.

**Подготовка к зачётам и экзаменам.** Если студент в течение семестра посещал лекции, работал на практических занятиях, правильно готовился к занятиям дома, зачёт или экзамен становится для него технической процедурой, в ходе которой он сможет показать свой уровень. В противном случае ему придётся поработать достаточно серьёзно. Допуск к экзаменам получают лишь те студенты, которые полностью выполнили все задания. Поэтому, если нет уверенности, что все задания будут сданы в срок, лучше обратить на это внимание заранее.

#### **Методические рекомендации к заданиям**

При выполнении заданий необходимо определить: какими методами они решаются наиболее рациональным способом, просмотреть не только теоретический материал, но как решались аналогичные задания в ходе аудиторных занятий.

### **9. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Дисциплина ориентирована на применение компьютерной техники, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронной библиотеки МАИ для поиска, сбора, хранения, обработки и представления [информации](#). Для осуществления образовательного процесса по дисциплине применяются:

*Интернет-ресурсы:*

1. <http://www.energia.ru/> - Ракетно-космическая корпорация "Энергия"

### **10. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для обеспечения чтения лекций используется:

- аудитория, укомплектованная учебной мебелью, доской с мелом (маркером).

Для проведения практических (лабораторных) занятий используется:

- аудитория, укомплектованная учебной мебелью, доской с мелом (маркером).

### **Аннотация рабочей программы**

Дисциплина Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление является частью Блока 1 Дисциплины дисциплин подготовки студентов по направлению подготовки 24.05.03 Испытание летательных аппаратов. Дисциплина реализуется на «Взлет» факультете «Московский авиационного института (национального исследовательского университета)» кафедрой (кафедрами) А11.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций: ОПК-2 ,ОПК-3 ,ОПК-4 ,ПК-25.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с: базовыми понятиями той части математики, главной спецификой которой является

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: Лекция, мастер-класс, Практическое занятие.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: промежуточная аттестация в форме Экзамен (4 семестр).

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часов. Программой дисциплины предусмотрены лекционные (26 часов), практические (26 часов), лабораторные (0 часов) занятия и (56 часов) самостоятельной работы студента.

**Приложение 2.1.**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**«Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

**Вопросы к зачету**  
**(4 семестр)**

1. Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел (определение, свойства, геометрическая интерпретация, операции над комплексными числами).
2. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы КЧ.
3. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность.
4. Тригонометрические и гиперболические функции с комплексным аргументом.
5. Многозначная функция радикал. Свойства радикала.
6. Многозначная функция логарифм. Свойства логарифма.
7. Обратные тригонометрические функции комплексного аргумента.
8. Степень с комплексным показателем. Степенная и общая показательная функции.
9. Дифференцируемость и производная функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
10. Гармонические функции; их связь с аналитическими функциями. Восстановление аналитической функции по действительной или мнимой части.
11. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
12. Интеграл по комплексному переменному, его основные свойства.
13. Теорема Коши для односвязной области.
14. Теорема Коши для составного контура (многосвязной области).
15. Интегральные формулы Коши.
16. Степенные ряды в комплексной области.
17. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд.
18. Ряд Лорана. Разложение функции в обобщенно-степенной ряд.
19. Изолированные особые точки. Теоремы о связи нулей числителя и знаменателя функции.
20. Правила определения характера особых точек.
21. Вычет функции комплексного переменного. Вычисление вычета функции относительно полюса.
22. Основная теорема о вычетах. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
23. Преобразование Лапласа.
24. Использование операционного исчисления для решения задачи Коши.

**Приложение 2.2.**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**«Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

**Типовые задания по дисциплине «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

1. Вычислить  $\frac{32}{1+3\sqrt{3}i} - \frac{3\sqrt{7}}{2i}$
2. Представить комплексное число в тригонометрической форме:  $z = -\sqrt{2} - \sqrt{6}i$
3. Решить уравнение  $z^3 + 3i - \sqrt{3} = 0$
4. Представить в показательной форме  $\sqrt{3} + i$
5. Определить и построить множество точек, удовлетворяющих условиям  $|z - 2 + i| = 4$ ;  
 $\arg z = \frac{\pi}{8}$
6. Найти действительную и мнимую части  
 $w_1 = 2^{-1-\sqrt{3}i}$ ;  $w_2 = sh(1-8i) + 2ie^{\frac{3\pi i}{2}}$
7. Найти аналитическую функцию  $f(z) = u + iv$  по следующим данным, если  
 $z = x + iy$ :  $u = x^2 - y^2 + 5x$ ,  $f(0) = 0$
8. Вычислить интеграл  $\int_C \operatorname{Im}(z^2) dz$ ;  $C$  – часть параболы  $y^2 = -4x$  от точки  $(-1; -2)$   
до точки  $(-1; 2)$
9. Вычислить интегралы, используя теорему Коши или формулу Коши для замкнутого контура:  
а)  $\int_C \frac{e^{zi} dz}{\left(z - \frac{\pi i}{2}\right)}$ ,  $C: |z-1|=3$       б)  $\int \frac{\cos \frac{\pi}{4} z dz}{(z-3)^2(z-5)}$   $C: |z-3|=3$
10. Найти особые точки функции  $w = f(z)$  и выяснить их характер:  
 $f(x) = \frac{z+5}{(z^2-3z+2)^2(z^2+1)}$ ;  $f(z) = \frac{(\cos z - 1)e^{\frac{1}{z+2}}}{z^2(z^2-4\pi^2)\sin z}$
11. Найти вычеты относительно особых точек:  $w = \frac{1}{z(1-z^2)}$ ;
12. Вычислить интеграл с помощью вычетов:  $\int_{x^2+y^2=2x} \frac{dz}{z^4+1}$ ;
13. Найти оригиналы изображений а)  $\frac{p-3}{p^2-4p+3}$  б)  $\frac{2e^{-3p}}{p^2+1}$  в)  $\frac{1}{p(p+1)(p^2+4)}$  г)  $\frac{4p^2+3p+17}{(p-1)(p^2+2p+5)}$



14. Решить уравнения операционным методом а)  $x''' + x' = e^t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 2$ ,  $x''(0) = 0$

б)  $x'' + 4x = 8\sin 2t$ ,  $x(0) = 3$ ,  $x'(0) = -1$

15. Решить систему ДУ операционным методом

a) 
$$\begin{cases} x'' - y' = e^t \\ x' + y'' - y = 0, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -1, \quad x'(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

b) 
$$\begin{cases} 4x' - y' + 3x = \sin t \\ x' + y = \cos t \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = -1$$

**Приложение 2.3.**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**«Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

**Вопросы для самостоятельной работы по темам:**

1. Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел (определение, свойства, геометрическая интерпретация, операции над комплексными числами).
2. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы КЧ.
3. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность.
4. Тригонометрические и гиперболические функции с комплексным аргументом.
5. Многозначная функция радикал. Свойства радикала.
6. Многозначная функция логарифм. Свойства логарифма.
7. Обратные тригонометрические функции комплексного аргумента.
8. Степень с комплексным показателем. Степенная и общая показательная функции.
9. Дифференцируемость и производная функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
10. Гармонические функции; их связь с аналитическими функциями. Восстановление аналитической функции по действительной или мнимой части.
11. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
12. Интеграл по комплексному переменному, его основные свойства.
13. Теорема Коши для односвязной области.
14. Теорема Коши для составного контура (многосвязной области).
15. Интегральные формулы Коши.
16. Степенные ряды в комплексной области.
17. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд.
18. Ряд Лорана. Разложение функции в обобщенно-степенной ряд.
19. Изолированные особые точки. Теоремы о связи нулей числителя и знаменателя функции.
20. Правила определения характера особых точек.
21. Вычет функции комплексного переменного. Вычисление вычета функции относительно полюса.
22. Основная теорема о вычетах. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
23. Преобразование Лапласа.
24. Использование операционного исчисления для решения задачи Коши.

**Приложение 2.4.**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**«Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

**Задания для самостоятельной работы обучающихся:**

1. Выполнить указанные действия:

$(i)^{43} + \frac{2}{2+3i};$	$(2-4i)^2 + \frac{4+2i}{i};$
$(i)^{12} + \frac{2+i}{3-i};$	$\frac{3-4i}{4+3i} + 3 + (i)^{17};$
$\frac{2i+7}{2+i} + (i)^7;$	$(i)^{22} + \frac{7+5i}{1-2i};$

2. Представить комплексное число в тригонометрической и показательной форме:

$1+i;$	$1-i;$	$-1+i;$
$-1-i;$	$-2i;$	$3-3i;$
$-\sqrt{3}+i;$	$-\sqrt{2}-\sqrt{2}i;$	$\sqrt{3}+i;$

3. Вычислить корень:

$\sqrt[3]{-2-2i};$	$\sqrt[4]{-1+\sqrt{3}i};$	$\sqrt[3]{\sqrt{3}-i};$
$\sqrt[5]{i-1};$	$\sqrt[3]{-\sqrt{2}-\sqrt{6}i};$	$\sqrt{7+7i};$
$\sqrt[4]{1-\frac{1}{\sqrt{3}}i};$	$\sqrt[3]{3i-\sqrt{3}};$	$\sqrt{-1,2-1,2i};$

4. Решить уравнение:

$z^2 + 2 - 2i = 0;$	$z^4 - 1 + \sqrt{3}i = 0;$	$z^5 + 1 + i = 0;$
$z^3 - \sqrt{2} + \sqrt{6}i = 0;$	$z^4 - \sqrt{2} + \sqrt{2}i = 0;$	$z^4 + 1 + \sqrt{3}i = 0;$
$z^6 - \sqrt{3} - i = 0;$	$z^2 - 7 + 7i = 0;$	$z^4 - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}i = 0;$

5. Определить и построить множество точек, удовлетворяющих данным уравнениям или неравенствам:

$\operatorname{Re} z \geq -2;$	$-\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4};$	$ z-i  < 2;$
$\operatorname{Im} z \geq \frac{1}{2};$	$1 \leq  z-2  \leq 3;$	$\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3};$
$1 <  z-i  < 2;$	$-1 \leq \operatorname{Re} z \leq 2;$	$\operatorname{Re} z \geq \operatorname{Im} z;$
$ z+2+i  \geq 2;$	$0 < \operatorname{Im} z < 3;$	$\operatorname{Im} z = 2;$

$\arg z = -\frac{\pi}{4};$	$ z + 2 - i  = 4;$	$\operatorname{Re} z = -2;$
----------------------------	--------------------	-----------------------------

6. Найти действительную и мнимую части:

1. $\cos(2+i);$	2. $(-1)^i;$	3. $\sin(2i-1);$
4. $(i)^{i+1};$	5. $\operatorname{tg} 2i;$	6. $(2)^{-i};$
7. $\operatorname{Ln}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right);$	8. $\cos(2-i);$	9. $(-1)^{-i};$
10. $\operatorname{tg}(-2i);$	11. $(1+i)^i;$	12. $\operatorname{Ln}\left(\frac{i-1}{\sqrt{2}}\right);$
13. $\sin(1+2i);$	14. $2^i;$	15. $\cos(1-2i);$

7. Найти аналитическую функцию  $f(z) = u + i v$  по следующим данным, если  $z = x + i y$ :

1. $u = x^3 - 3xy^2, f(0) = i;$	2. $u = x^2 - y^2 + 2x, f(i) = -1 + 2i;$
3. $u = 2e^x \cos y, f(0) = 2;$	4. $u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, x > 0, f(1) = 0;$
5. $u = x^2 - y^2 + 5x;$	6. $v = 4 - 2y;$
7. $u = \frac{y}{y^2 + x^2};$	8. $u = 3 + x^2 - y^2;$

8. Вычислить интегралы:

- $\int_{AB} (z + \bar{z}) dz;$   $AB$  – отрезок,  $A = 2i, B = 4.$
- $\int_{AB} z \operatorname{Re} z dz;$   $AB$  – часть параболы  $y = x^2, A(0; 0), B(1; 1).$
- $\int_C z \cdot \bar{z} dz;$   $C: y = \sqrt{1-x^2}$  между точками  $(-1; 1).$
- $\int_{AB} z \operatorname{Im} z dz;$   $AB$  – часть параболы  $y^2 = 2x, A = 0, B = 2 + 2i.$

9. Вычислить интегралы, используя теорему Коши или формулу Коши для замкнутого контура:

- $\int_C \frac{z^2}{(z-2)^3} dz, C: |z| = 4;$
- $\int_C \frac{z^3}{(z-2)^2} dz, C: |z| = 3;$
- $\int_C \frac{\sin z}{z^2 - 7z + 10} dz, C: |z| = 4;$
- $\int_C \frac{\cos z}{(z-i)^2} dz, C: |z| = 2;$

$$5. \int_C \frac{e^z}{\left(z - \frac{\pi i}{2}\right)^5} dz,$$

$$C: |z - 3i| = 2;$$

$$6. \int_C \frac{e^{zi}}{\left(z - \frac{\pi i}{2}\right)^2} dz,$$

$$C: |z - 1| = 2;$$

10. Найти особые точки функции  $w = f(z)$  и выяснить их характер:

$$1. \frac{1}{(z^2 + 1)^3};$$

$$2. \frac{z + 1}{z^7 - 8z^5 + 16z^3};$$

$$3. \frac{\cos z}{z - \frac{\pi}{2}};$$

$$4. \frac{1}{(z^2 + 9)^2};$$

$$5. \frac{\sin z}{z - \pi};$$

$$6. \frac{1}{\sin z};$$

$$7. \frac{z^2 + 1}{z - 1};$$

$$8. \frac{z - 1}{\cos z};$$

$$9. \frac{\cos z}{z - i};$$

11. Найти вычеты относительно особых точек:

$$1. w = \frac{1}{(z^2 + 9)^2} \quad \text{внутри}$$

$$2. w = \frac{1}{(z^2 + 9)^2} \quad \text{внутри } |z + 3i| = 1;$$

$$|z - 3i| = 1;$$

$$3. w = \frac{z^3}{\sin^4 z} \quad \text{внутри } |z| = 1;$$

$$4. w = \frac{1}{z^3 - z^5} \quad \text{для } |z| \leq \frac{1}{2};$$

$$5. w = \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2} \quad \text{для } |z - i| \leq 1;$$

$$6. w = \frac{1}{z^3 - z^5} \quad \text{внутри}$$

$$0,5 \leq |z| \leq 1,5;$$

12. Вычислить интеграл с помощью вычетов:

$$1. \int_{|z|=2} \frac{z^2 + z - 1}{z^2(z - 1)} dz;$$

$$2. \int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z^3 - z^5};$$

$$3. \int_{|z+i|=1} \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2} dz;$$

$$4. \int_{|z+i|=0,7} \frac{dz}{z(1 + z^2)};$$

$$5. \int_{|z-2|=\frac{3}{2}} \frac{e^{iz}}{z(z - \pi)} dz;$$

$$6. \int_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2(z^2 - 9)} dz;$$

13. Найти изображения оригиналов

$$1. a) t^2 + t + 1$$

$$б) \sin^2 t$$

$$в) t^2 e^t$$

$$г) (t - 2)^5 e^{3t}$$

$$2. a) t^3 - \frac{1}{2}t + 4$$

$$б) \sin t \cdot \cos 2t$$

$$в) t \operatorname{sh} 3t$$

$$г) te^{-2t}$$

3. а)  $(t^2 + 3)^2$       б)  $t \operatorname{th} 2t$       в)  $\sin t \sin 3t$       г)  $t^3 + 6t^2 + 9t$   
 4. а)  $(1 - 2t)^2$       б)  $t \cos 2t$       в)  $sh t \sin 2t$       г)  $t^2 + 4t + 5$

#### 14. Найти оригиналы изображений

1. а)  $\frac{1}{p^2 + 4p + 4}$       б)  $\frac{p + 3}{p^2 + 2p + 5}$       в)  $\frac{p + 2}{p(p - 1)(p - 2)(p - 3)}$       г)  $\frac{5}{p^4 + p}$   
 2. а)  $\frac{1}{p^2 + 2p + 2}$       б)  $\frac{p + 1}{(p - 3)(p^2 + 2p + 9)}$       в)  $\frac{p - 4}{(p - 1)(p - 2)(p - 3)}$       г)  $\frac{p + 5}{p^2 + 4p + 9}$   
 3. а)  $\frac{1}{p^2 + 4p + 3}$       б)  $\frac{3 + p}{p^3 + p^5}$       в)  $\frac{p + 2}{(p + 1)(p^2 + 4)}$       г)  $\frac{p + 3}{p^2 - 6p + 10}$   
 4. а)  $\frac{1}{p^2 - 6p + 8}$       б)  $\frac{1}{p^3 + p}$       в)  $\frac{1}{(p - 2)(p^2 - 1)}$       г)  $\frac{3p + 2}{p^2 + 6p + 13}$

#### 15. Решить уравнения операционным методом

1. а)  $y'' + 5y' + 6y = \sin t, y(0) = 0, y'(0) = 1$       б)  $y''' + y = 2, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0$   
 2. а)  $y'' + 4y = 8t, y(0) = 0, y'(0) = 4$       б)  $x'' - 3x' + 2x = e^t \sin 3t, x(0) = 0, x'(0) = -1$   
 3. а)  $y'' - 4y = 4, y(0) = -1, y'(0) = 0$       б)  $x'' - 9x = 2 - t, x(0) = 0, x'(0) = 1$   
 4. а)  $y'' - y' - 6y = 2, y(0) = 1, y'(0) = 0$       б)  $y'' + 4y = 2 \cos 2t, y(0) = 0, y'(0) = 4$   
 5. а)  $y'' - 4y' + 13y = e^{2t} \cos 3t, y(0) = 1, y'(0) = -1$       б)  $x'' + x' = 3 \sin t, x(0) = 0, x'(0) = 1$

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ И РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ.

Целью освоения дисциплины Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление является достижение следующих результатов освоения (РО):

№	Шифр	Результат освоения
1	У-4 (ОПК-2)	Уметь применять действующие стандарты, положения и инструкции по оформлению технической документации
2	В-1 (ОПК-3)	Владеть методами приобретения новых знаний в области естественных наук и математики, используя современные образовательные и информационные технологии для решения инженерных задач профессиональной деятельности
3	З-3 (ОПК-3)	Знать основные математические методы, используемые для решения инженерных задач;
4	У-1 (ОПК-3)	Уметь выбрать метод решения задачи;
5	У-1 (ОПК-4)	Уметь использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики в профессиональной деятельности для решения инженерных задач проектирования
6	В-1 (ПК-25)	Владеть навыками генерирования идей, решения задач по созданию теоретических моделей, позволяющих прогнозировать изменение свойств объектов профессиональной деятельности

Перечисленные РО являются основой для формирования следующих компетенций:

№	Шифр	Компетенция
1	ОПК-2	Готовность представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики для использования при решении инженерных задач
2	ОПК-3	Готовность приобретать новые знания в области естественных наук и математики, используя современные образовательные и информационные технологии для решения инженерных задач профессиональной деятельности
3	ОПК-4	Готовность использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики в профессиональной деятельности для решения инженерных задач проектирования (разработки, технологического обеспечения, обслуживания и т.п.)
4	ПК-25	Способность генерирования идей, решения задач по созданию теоретических моделей, позволяющих прогнозировать изменение свойств объектов профессиональной деятельности

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.

Дисциплина Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление является предшествующей и последующей для следующих дисциплин:

№	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины
1	Математический анализ	Химия
2	Вычислительная математика	Теория оптимизации и численные методы
3	Информатика	Итоговая гос. аттестация
4	Теория вероятностей и математическая статистика	Производственная практика II и научно-исследовательская работа
5	Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Динамика полета
6	Дифференциальные уравнения	Метрология и стандартизация
7	Инженерная графика	Соппротивление материалов
8	Физика	Термодинамика и теплопередача
9		Гидродинамика (Прикладная газодинамика)

## 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы), 144 часа(ов).

Модуль	Раздел	Лекции	Практич. занятия	Лаборат. работы	КСР	СРС	Всего часов	Всего с экзаменами и курсовыми
Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление	Комплексная плоскость	8	8	0	0	16	32	144
	Интегрирование функций комплексного переменного	8	8	0	0	14	30	
	Ряды функций комплексного переменного	4	2	0	0	4	10	
	Вычеты	2	2	0	0	4	8	
	Операционное исчисление	2	2	0	0	12	16	
	Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом	2	4	0	0	6	12	
<b>Всего</b>		<b>26</b>	<b>26</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>56</b>	<b>108</b>	<b>144</b>

### 3.1.Содержание (дидактика) дисциплины

*В разделе приводится полный перечень дидактических единиц, подлежащих усвоению при изучении данной дисциплины.*

- 1. Определение и формы записи комплексного числа
- 2. Функции комплексного переменного
- 3. Аналитические и гармонические функции комплексного переменного
- 4. Интеграл от функции комплексного переменного
- 5. Теоремы Коши. Интегральные формулы Коши
- 6. Степенные ряды функций комплексного переменного
- 7. Изолированные особые точки
- 8. Вычеты. Теоремы о вычетах
- 9. Преобразование Лапласа. Операционное исчисление.
- 10. Свёртка оригиналов. Теорема Бореля. Формула Дюамеля
- 11. Приложения операционного исчисления к решению задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений и систем

### 3.2.Лекции

№	Раздел	Объем,	Тема лекции	Дидакт.
---	--------	--------	-------------	---------



п/п	дисциплины	часов		единицы
1	1.1.Комплексная плоскость	4	Определение и формы записи комплексного числа. Бесконечно – удаленная точка. Функции комплексного переменного	1, 2
2	1.1.Комплексная плоскость	4	Аналитические и гармонические ФКП. Условия Коши – Римана.	3
3	1.2.Интегрирование функций комплексного переменного	4	Интегрирование ФКП.	4
4	1.2.Интегрирование функций комплексного переменного	4	Интегральные теоремы Коши. Интегральные формулы Коши.	5
5	1.3.Ряды функций комплексного переменного	4	Степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки	6, 7
6	1.4.Вычеты	2	Вычеты. Основная и обобщенная теоремы о вычетах.	8
7	1.5.Операционное исчисление	2	Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, понятия оригинала и изображения. Обратное преобразование Лапласа.	9, 10
8	1.6.Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом	2	Приложение операционного исчисления к решению задачи Коши.	11
<b>Итого:</b>		<b>26</b>		

### 3.3.Содержание лекций.

#### 1.1.1. Определение и формы записи комплексного числа. Бесконечно – удаленная точка. Функции комплексного переменного (АЗ: 4, СРС: 4)

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Определение и формы записи комплексного числа. Окрестность точки на комплексной плоскости. Бесконечно – удаленная точка.

#### 1.1.3. Аналитические и гармонические ФКП. Условия Коши – Римана. (АЗ: 4, СРС: 4)

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Функции комплексного переменного (ФКП), предел, непрерывность, производная. Элементарные ФКП. Примеры элементарных ФКП и обратных к ним. Аналитические и гармонические ФКП. Условия Коши – Римана.

#### 1.2.1. Интегрирование ФКП. (АЗ: 4, СРС: 4)

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Интеграл ФКП, существование, вычисление

### **1.2.2. Интегральные теоремы Коши. Интегральные формулы Коши. (АЗ: 4, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Основная теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Интегральные формулы Коши. Производная высших порядков от аналитических ФКП.

### **1.3.1. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки (АЗ: 4, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Степенные ряды ФКП. Аналитические суммы степенного ряда. Ряд Тейлора. Теорема Абеля. Ряд Лорана. Теорема о сходимости и единственности. Нули аналитических функций. Изолированные особые точки. Поведение ФКП в окрестности изолированных особых точек. Правила определения характера особых точек.

### **1.4.1. Вычеты. Основная и обобщенная теоремы о вычетах. (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Вычеты. Формулы вычисления вычетов в конечных полюсах. Основная теорема о вычетах. Обобщенная теорема о вычетах. Вычисление интегралов и помощью вычетов.

### **1.5.1. Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, понятия оригинала и изображения. Обратное преобразование Лапласа. (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, понятие оригинала. Теорема существования. Изображение элементарных функций. Свойства преобразования Лапласа. Свёртка оригиналов. Теорема Бореля. Формула Дюамеля. Обращение преобразования Лапласа. Формула Римана - Мелина. Теоремы разложения.

### **1.6.1. Приложение операционного исчисления к решению задачи Коши. (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Тип лекции:** Информационная лекция

**Форма организации:** Лекция, мастер-класс

**Описание:** Приложения операционного исчисления к решению задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

### 3.4. Практические занятия

№ п/п	Раздел дисциплины	Объем, часов	Тема практического занятия	Дидакт. единицы
1	1.1. Комплексная плоскость	4	Комплексные число и плоскость. Операции и формы представления. Выделение действительной и мнимой частей.	1, 2
2	1.1. Комплексная плоскость	4	Определение аналитических и гармонических ФКП	3
3	1.2. Интегрирование функций комплексного переменного	4	Методы интегрирования ФКП.	4
4	1.2. Интегрирование функций комплексного переменного	4	Использование теорем Коши для односвязной и многосвязной области. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши	5
5	1.3. Ряды функций комплексного переменного	2	Разложение ФКП в степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Определение характера особых точек	6, 7
6	1.4. Вычеты	2	Правила вычисления вычетов	8
7	1.5. Операционное исчисление	2	Операционное исчисление. Поиск изображений. Обратное преобразование Лапласа. Восстановление оригиналов по изображению	9, 10
8	1.6. Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом	2	Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем операционным методом	11
9	1.6. Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом	2	Итоговая контрольная работа	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
<b>Итого:</b>		<b>26</b>		

### 3.5. Содержание практических занятий

**1.1.1. Комплексные число и плоскость. Операции и формы представления. Выделение действительной и мнимой частей.** (АЗ: 4, СРС: 2)

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Различные формы представления КЧ, операции над КЧ.

**1.1.2. Определение аналитических и гармонических ФКП** (АЗ: 4, СРС: 2)

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Выделение действительной и мнимой частей ФКП, условия Коши-Римана для определения аналитичности функции.

### **1.2.1. Методы интегрирования ФКП. (АЗ: 4, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Вычисление интегралов от различных ФКП.

### **1.2.2. Использование теорем Коши для односвязной и многосвязной области. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши (АЗ: 4, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Вычисление интегралов от различных ФКП с помощью интегральных теорем и формул Коши.

### **1.3.1. Разложение ФКП в степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Определение характера особых точек (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Способы разложения ФКП в степенные ряды.

### **1.4.1. Правила вычисления вычетов (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** рассмотрение методов и правил вычисления вычетов от различных ФКП.

### **1.5.1. Операционное исчисление. Поиск изображений. Обратное преобразование Лапласа. Восстановление оригиналов по изображению (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** Вычисление изображений и оригиналов различными способами: по определению, с помощью таблиц соответствия, с помощью вычетов.

### **1.6.1. Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем операционным методом (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** применение операционного исчисления для решения ДУ.

### **1.6.2. Итоговая контрольная работа (АЗ: 2, СРС: 2)**

**Форма организации:** Практическое занятие

**Описание:** контрольная работа по всем темам дисциплины.

## **3.6. Промежуточная аттестация**

### **1. Экзамен (4 семестр)**

Вопросы к экзамену по дисциплине «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление» приведены в прил. 2.1.

## **4. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Основная и дополнительная литература по дисциплине
  2. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».
  3. Ресурсы научно-технической библиотеки МАИ.
  4. Информационные стенды кафедры.
- Типовые задания по дисциплине «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление» приведены в прил. 2.2.
- Вопросы для самостоятельной работы по темам приведены в прил. 2.3.
- Задания для самостоятельной работы обучающихся приведены в прил. 2.4.

1. Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление» для студентов очной, очно - заочной формы обучения., филиал «Взлет» МАИ, стр. 25

## **5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Раздел формируется на основании Положения о фонде оценочных средств в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», утвержденном приказом ректора № 334 от 24.04.2018 г. (п. 5.4.1) и включает:

1) перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;

2) описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;

3) типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;

4) методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

**5.1 Перечень компетенций и этапы их формирования приведены в следующей таблице:**

<b>№</b>	<b>Шифр</b>	<b>Компетенция</b>	<b>Этапы формирования компетенции</b>
1	ОПК-2	Готовность представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики для использования при решении инженерных задач	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа по разделам РПД, в соответствующем семестре
2	ОПК-3	Готовность приобретать новые знания в области естественных наук и математики, используя современные образовательные и информационные технологии для решения инженерных задач профессиональной деятельности	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа по разделам РПД, в соответствующем семестре
	ОПК-4	Готовность использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики в профессиональной деятельности для решения инженерных задач проектирования (разработки, технологического обеспечения, обслуживания и т.п.)	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа по разделам РПД, в соответствующем семестре
	ПК-25	Способность генерирования идей, решения задач по созданию теоретических моделей, позволяющих прогнозировать изменение свойств объектов профессиональной деятельности	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа по разделам РПД, в соответствующем семестре

## 5.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания:

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, а также описание шкал оценивания, в соответствии с видом контроля успеваемости обучающегося, сформулировано в п.п. 7.3...7.5.3 Положения о фонде оценочных средств в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», утвержденном приказом ректора № 334 от 24.04.2018 г.

## 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы:

Формы оценочных средств текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Текущий контроль успеваемости</i>			
1.	Текущее тестирование	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или модуля дисциплины, организованное в виде письменного либо автоматизированного выполнения заданий, содержащих теоретические вопросы либо практические задания (задачи). Рекомендуются для оценки знаний и умений студентов.	Комплект контрольных тестов, заданий (прил. 2.2)
2.	Практическое задание	Средство проверки умений применять полученные знания с использованием определенных методик для решения задач или заданий по учебному модулю или дисциплине в целом. Рекомендуются для оценки умений студентов.	Перечень практических заданий (раздел 3)
<i>Промежуточная аттестация</i>			
3.	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения и владения обучающегося по учебной дисциплине. Рекомендуются для оценки знаний, умений и владений студентов.	Комплект вопросов для обсуждения к зачету (прил. 2.1)

## 5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, в соответствии с видом контроля успеваемости обучающегося, могут быть выбраны из:

- п.7.5 Положения о фонде оценочных средств в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», утвержденного приказом ректора № 334 от 24.04.2018 г.

- п. 2 Положения о балльно-рейтинговой системе оценки результатов обучения по дисциплине, утвержденного приказом ректора № 42 от 04.02.2014 г.

## 6. 6. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости [Краснов М.Л.](#), [Киселев А.И.](#), [Макаренко Г.И.](#) М.: Наука, 1971
2. Введение в теория функций комплексного переменного И.И. Привалов Москва «Наука» 1984

*Литература из электронного каталога:*

1. Пантелеев А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах : учеб. пособие для вузов по направл. "Прикл. математика" / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. - 3-е изд., испр. - СПб.; М.; Краснодар : Лань, 2015. - 446 с.

Ссылка на ресурс: <http://elibrary.mai.ru/MegaPro/Download/ToView/7927>

2. Пантелеев А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие для втузов / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. - Изд. 2-е ; стер. - М. : Высш.шк., 2007. - 448 с.

Ссылка на ресурс: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25047149>

б) дополнительная литература:

1. Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты). — М: Высшая школа, 1983
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) — СПб.: Лань, 2011

## 7. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Для обеспечения образовательного процесса по дисциплине обучающимся предоставляется возможность круглосуточного дистанционного индивидуального доступа к электронным библиотечным системам из любой точки, в которой имеется доступ к сети «Интернет».

№№	Наименование ресурса	Интернет-ссылка на ресурс
1	Электронная библиотека МАИ (собственность МАИ)	<a href="http://elibrary.mai.ru/MegaPro2/Web">http://elibrary.mai.ru/MegaPro2/Web</a>
2	Электронная библиотечная система ЮРАЙТ ЭБС «Легендарные книги» ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ»	<a href="http://biblio-online.ru">http://biblio-online.ru</a> , <a href="https://biblio-online.ru/catalog/legendary">https://biblio-online.ru/catalog/legendary</a>
3	Электронная библиотечная система «Лань» ООО «Издательство Лань»	<a href="http://e.lanbook.com">e.lanbook.com</a>
4	Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM» ООО «Научно-издательского центра ИНФРА-М»	<a href="http://znanium.com">http://znanium.com</a>
5	Электронная библиотечная система eLIBRARY ООО «РУНЭБ»	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>
6	Библиотека РФФИ	<a href="http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library">http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library</a>
7	Единое окно доступа к образовательным ресурсам	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
8	Система проверки на заимствования «РУКОНТ» ООО «Национальный цифровой ресурс «Руконт»	<a href="http://text.rucont.ru">http://text.rucont.ru</a>
9	НИ НЭИКОН	<a href="http://archive.neicon.ru">http://archive.neicon.ru</a>

№№	Наименование ресурса	Интернет-ссылка на ресурс
	Некоммерческое партнерство «Национальный Электронно-Информационный Консорциум»	
10	<b>Научные полнотекстовые ресурсы издательства Springer (архив)</b> Springer Customer Service Center GmbH, обеспечение доступа ФГБУ «ГПНТБ России»	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
11	<b>Международная система цитирования Web Of Science</b> Правообладатель - Thomson Reuters, с 03.10.2016 г. - Clarivate Analytics, обеспечение доступа ФГБУ «ГПНТБ России»	<a href="http://www.webofscience.com">www.webofscience.com</a>
12	<b>Международная система цитирования Scopus</b> Издательство Elsevier, обеспечение доступа ФГБУ «ГПНТБ России»	<a href="http://scopus.com">http://scopus.com</a>

## 8.МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучение дисциплине проводится в форме аудиторных (лекции, практические занятия) и самостоятельных занятий. Цель аудиторных занятий – дать систематические знания по дисциплине и закрепить их с помощью и под контролем преподавателя во время практических занятий и лабораторных работ. Цель самостоятельной работы – получить более глубокие знания в ходе изучения литературы и других материалов по дисциплине, при выполнении домашних заданий и в процессе подготовки и оформления лабораторных работ.

**Лекции.** Опыт показывает, что студенты, слабо посещающие лекции, гораздо хуже разбираются в материале, испытывают затруднения при необходимости применить лекционный материал на практике, а на подготовку к экзаменам тратят гораздо больше времени. Следовательно, посещать лекции – в интересах студентов. Во время лекций полезно вести краткий конспект: во-первых, в работу включается моторная память, во-вторых, конспект даёт возможность быстро освежить материал, в-третьих, навык выбора и фиксации наиболее важных элементов лекции полезен, если профессия студента будет связана с созданием программных систем.

Лекция знакомит студента с новым учебным материалом, структурирует его представление о предмете, тем самым давая возможность эффективнее обогащать свои знания при самостоятельной работе. Лектор получает возможность поделиться опытом работы, который нередко невозможно получить другим путём: далеко не всё, что знает специалист, можно найти в литературе.

**Практические занятия.** Работа на практических занятиях проводится в достаточно свободной обстановке, когда студенты имеют возможность выбирать разные пути решения задачи. Прежде чем воспользоваться помощью преподавателя, студенты обсуждают задачу между собой, используя при этом имеющийся теоретический материал. Нужно иметь в виду, что, пропуская занятия, студент ставит себя в сложное положение, вплоть до срыва сессии.

**Подготовка к лекции.** В силу специфики дисциплины темы лекций редко бывают изолированными или короткими, объёмом в одно занятие. Обычно текущая лекция в



значительной мере опирается на предыдущий материал, особенно на последнюю лекцию. Так что знакомство с нею даст возможность гораздо эффективнее работать на занятиях.

**Подготовка к практическим занятиям.** На практических занятиях от студента требуется активная работа, которая без подготовки практически невозможна. Нужно, помимо знакомства с теоретическим материалом, выполнить работы, заданные на дом, уточнить методы решения рассматриваемых задач.

**Подготовка к зачётам и экзаменам.** Если студент в течение семестра посещал лекции, работал на практических занятиях, правильно готовился к занятиям дома, зачёт или экзамен становится для него технической процедурой, в ходе которой он сможет показать свой уровень. В противном случае ему придётся поработать достаточно серьёзно. Допуск к экзаменам получают лишь те студенты, которые полностью выполнили все задания. Поэтому, если нет уверенности, что все задания будут сданы в срок, лучше обратить на это внимание заранее.

#### **Методические рекомендации к заданиям**

При выполнении заданий необходимо определить: какими методами они решаются наиболее рациональным способом, просмотреть не только теоретический материал, но как решались аналогичные задания в ходе аудиторных занятий.

### **9. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Дисциплина ориентирована на применение компьютерной техники, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронной библиотеки МАИ для поиска, сбора, хранения, обработки и представления [информации](#). Для осуществления образовательного процесса по дисциплине применяются:

*Интернет-ресурсы:*

1. <http://www.energia.ru/> - Ракетно-космическая корпорация "Энергия"

### **10. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для обеспечения чтения лекций используется:

- аудитория, укомплектованная учебной мебелью, доской с мелом (маркером).

Для проведения практических (лабораторных) занятий используется:

- аудитория, укомплектованная учебной мебелью, доской с мелом (маркером).

### **Аннотация рабочей программы**

Дисциплина Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление является частью Блока 1 Дисциплины дисциплин подготовки студентов по направлению подготовки 24.05.03 Испытание летательных аппаратов. Дисциплина реализуется на «Взлет» факультете «Московский авиационного института (национального исследовательского университета)» кафедрой (кафедрами) А11.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций: ОПК-2 ,ОПК-3 ,ОПК-4 ,ПК-25.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с: базовыми понятиями той части математики, главной спецификой которой является

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: Лекция, мастер-класс, Практическое занятие.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: промежуточная аттестация в форме Экзамен (4 семестр).

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часов. Программой дисциплины предусмотрены лекционные (26 часов), практические (26 часов), лабораторные (0 часов) занятия и (56 часов) самостоятельной работы студента.

**Приложение 2.1.**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**«Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

**Вопросы к зачету**  
**(4 семестр)**

1. Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел (определение, свойства, геометрическая интерпретация, операции над комплексными числами).
2. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы КЧ.
3. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность.
4. Тригонометрические и гиперболические функции с комплексным аргументом.
5. Многозначная функция радикал. Свойства радикала.
6. Многозначная функция логарифм. Свойства логарифма.
7. Обратные тригонометрические функции комплексного аргумента.
8. Степень с комплексным показателем. Степенная и общая показательная функции.
9. Дифференцируемость и производная функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
10. Гармонические функции; их связь с аналитическими функциями. Восстановление аналитической функции по действительной или мнимой части.
11. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
12. Интеграл по комплексному переменному, его основные свойства.
13. Теорема Коши для односвязной области.
14. Теорема Коши для составного контура (многосвязной области).
15. Интегральные формулы Коши.
16. Степенные ряды в комплексной области.
17. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд.
18. Ряд Лорана. Разложение функции в обобщенно-степенной ряд.
19. Изолированные особые точки. Теоремы о связи нулей числителя и знаменателя функции.
20. Правила определения характера особых точек.
21. Вычет функции комплексного переменного. Вычисление вычета функции относительно полюса.
22. Основная теорема о вычетах. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
23. Преобразование Лапласа.
24. Использование операционного исчисления для решения задачи Коши.

**Приложение 2.2.**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**«Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

**Типовые задания по дисциплине «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

1. Вычислить  $\frac{32}{1+3\sqrt{3}i} - \frac{3\sqrt{7}}{2i}$
2. Представить комплексное число в тригонометрической форме:  $z = -\sqrt{2} - \sqrt{6}i$
3. Решить уравнение  $z^3 + 3i - \sqrt{3} = 0$
4. Представить в показательной форме  $\sqrt{3} + i$
5. Определить и построить множество точек, удовлетворяющих условиям  $|z - 2 + i| = 4$ ;  
 $\arg z = \frac{\pi}{8}$
6. Найти действительную и мнимую части  
 $w_1 = 2^{-1-\sqrt{3}i}$ ;  $w_2 = sh(1-8i) + 2ie^{\frac{3\pi i}{2}}$
7. Найти аналитическую функцию  $f(z) = u + iv$  по следующим данным, если  
 $z = x + iy$ :  $u = x^2 - y^2 + 5x$ ,  $f(0) = 0$
8. Вычислить интеграл  $\int_C \operatorname{Im}(z^2) dz$ ;  $C$  – часть параболы  $y^2 = -4x$  от точки  $(-1; -2)$   
до точки  $(-1; 2)$
9. Вычислить интегралы, используя теорему Коши или формулу Коши для замкнутого контура:  
а)  $\int_C \frac{e^{zi} dz}{\left(z - \frac{\pi i}{2}\right)}$ ,  $C: |z-1|=3$       б)  $\int \frac{\cos \frac{\pi}{4} z dz}{(z-3)^2(z-5)}$   $C: |z-3|=3$
10. Найти особые точки функции  $w = f(z)$  и выяснить их характер:  
 $f(x) = \frac{z+5}{(z^2-3z+2)^2(z^2+1)}$ ;  $f(z) = \frac{(\cos z - 1)e^{\frac{1}{z+2}}}{z^2(z^2-4\pi^2)\sin z}$
11. Найти вычеты относительно особых точек:  $w = \frac{1}{z(1-z^2)}$ ;
12. Вычислить интеграл с помощью вычетов:  $\int_{x^2+y^2=2x} \frac{dz}{z^4+1}$ ;
13. Найти оригиналы изображений а)  $\frac{p-3}{p^2-4p+3}$  б)  $\frac{2e^{-3p}}{p^2+1}$  в)  $\frac{1}{p(p+1)(p^2+4)}$  г)  $\frac{4p^2+3p+17}{(p-1)(p^2+2p+5)}$

14. Решить уравнения операционным методом а)  $x''' + x' = e^t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 2$ ,  $x''(0) = 0$

б)  $x'' + 4x = 8\sin 2t$ ,  $x(0) = 3$ ,  $x'(0) = -1$

15. Решить систему ДУ операционным методом

a) 
$$\begin{cases} x'' - y' = e^t \\ x' + y'' - y = 0, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -1, \quad x'(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

b) 
$$\begin{cases} 4x' - y' + 3x = \sin t \\ x' + y = \cos t \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = -1$$

**Приложение 2.3.**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**«Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

**Вопросы для самостоятельной работы по темам:**

1. Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел (определение, свойства, геометрическая интерпретация, операции над комплексными числами).
2. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы КЧ.
3. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность.
4. Тригонометрические и гиперболические функции с комплексным аргументом.
5. Многозначная функция радикал. Свойства радикала.
6. Многозначная функция логарифм. Свойства логарифма.
7. Обратные тригонометрические функции комплексного аргумента.
8. Степень с комплексным показателем. Степенная и общая показательная функции.
9. Дифференцируемость и производная функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
10. Гармонические функции; их связь с аналитическими функциями. Восстановление аналитической функции по действительной или мнимой части.
11. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
12. Интеграл по комплексному переменному, его основные свойства.
13. Теорема Коши для односвязной области.
14. Теорема Коши для составного контура (многосвязной области).
15. Интегральные формулы Коши.
16. Степенные ряды в комплексной области.
17. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд.
18. Ряд Лорана. Разложение функции в обобщенно-степенной ряд.
19. Изолированные особые точки. Теоремы о связи нулей числителя и знаменателя функции.
20. Правила определения характера особых точек.
21. Вычет функции комплексного переменного. Вычисление вычета функции относительно полюса.
22. Основная теорема о вычетах. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
23. Преобразование Лапласа.
24. Использование операционного исчисления для решения задачи Коши.

**Приложение 2.4.**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**«Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление»**

**Задания для самостоятельной работы обучающихся:**

1. Выполнить указанные действия:

$(i)^{43} + \frac{2}{2+3i};$	$(2-4i)^2 + \frac{4+2i}{i};$
$(i)^{12} + \frac{2+i}{3-i};$	$\frac{3-4i}{4+3i} + 3 + (i)^{17};$
$\frac{2i+7}{2+i} + (i)^7;$	$(i)^{22} + \frac{7+5i}{1-2i};$

2. Представить комплексное число в тригонометрической и показательной форме:

$1+i;$	$1-i;$	$-1+i;$
$-1-i;$	$-2i;$	$3-3i;$
$-\sqrt{3}+i;$	$-\sqrt{2}-\sqrt{2}i;$	$\sqrt{3}+i;$

3. Вычислить корень:

$\sqrt[3]{-2-2i};$	$\sqrt[4]{-1+\sqrt{3}i};$	$\sqrt[3]{\sqrt{3}-i};$
$\sqrt[5]{i-1};$	$\sqrt[3]{-\sqrt{2}-\sqrt{6}i};$	$\sqrt{7+7i};$
$\sqrt[4]{1-\frac{1}{\sqrt{3}}i};$	$\sqrt[3]{3i-\sqrt{3}};$	$\sqrt{-1,2-1,2i};$

4. Решить уравнение:

$z^2 + 2 - 2i = 0;$	$z^4 - 1 + \sqrt{3}i = 0;$	$z^5 + 1 + i = 0;$
$z^3 - \sqrt{2} + \sqrt{6}i = 0;$	$z^4 - \sqrt{2} + \sqrt{2}i = 0;$	$z^4 + 1 + \sqrt{3}i = 0;$
$z^6 - \sqrt{3} - i = 0;$	$z^2 - 7 + 7i = 0;$	$z^4 - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}i = 0;$

5. Определить и построить множество точек, удовлетворяющих данным уравнениям или неравенствам:

$\operatorname{Re} z \geq -2;$	$-\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4};$	$ z-i  < 2;$
$\operatorname{Im} z \geq \frac{1}{2};$	$1 \leq  z-2  \leq 3;$	$\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3};$
$1 <  z-i  < 2;$	$-1 \leq \operatorname{Re} z \leq 2;$	$\operatorname{Re} z \geq \operatorname{Im} z;$
$ z+2+i  \geq 2;$	$0 < \operatorname{Im} z < 3;$	$\operatorname{Im} z = 2;$

$\arg z = -\frac{\pi}{4};$	$ z + 2 - i  = 4;$	$\operatorname{Re} z = -2;$
----------------------------	--------------------	-----------------------------

6. Найти действительную и мнимую части:

1. $\cos(2+i);$	2. $(-1)^i;$	3. $\sin(2i-1);$
4. $(i)^{i+1};$	5. $\operatorname{tg} 2i;$	6. $(2)^{-i};$
7. $\operatorname{Ln}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right);$	8. $\cos(2-i);$	9. $(-1)^{-i};$
10. $\operatorname{tg}(-2i);$	11. $(1+i)^i;$	12. $\operatorname{Ln}\left(\frac{i-1}{\sqrt{2}}\right);$
13. $\sin(1+2i);$	14. $2^i;$	15. $\cos(1-2i);$

7. Найти аналитическую функцию  $f(z) = u + i v$  по следующим данным, если  $z = x + i y$ :

1. $u = x^3 - 3xy^2, f(0) = i;$	2. $u = x^2 - y^2 + 2x, f(i) = -1 + 2i;$
3. $u = 2e^x \cos y, f(0) = 2;$	4. $u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, x > 0, f(1) = 0;$
5. $u = x^2 - y^2 + 5x;$	6. $v = 4 - 2y;$
7. $u = \frac{y}{y^2 + x^2};$	8. $u = 3 + x^2 - y^2;$

8. Вычислить интегралы:

- $\int_{AB} (z + \bar{z}) dz;$   $AB$  – отрезок,  $A = 2i, B = 4.$
- $\int_{AB} z \operatorname{Re} z dz;$   $AB$  – часть параболы  $y = x^2, A(0; 0), B(1; 1).$
- $\int_C z \cdot \bar{z} dz;$   $C: y = \sqrt{1-x^2}$  между точками  $(-1; 1).$
- $\int_{AB} z \operatorname{Im} z dz;$   $AB$  – часть параболы  $y^2 = 2x, A = 0, B = 2 + 2i.$

9. Вычислить интегралы, используя теорему Коши или формулу Коши для замкнутого контура:

- $\int_C \frac{z^2}{(z-2)^3} dz, C: |z| = 4;$
- $\int_C \frac{z^3}{(z-2)^2} dz, C: |z| = 3;$
- $\int_C \frac{\sin z}{z^2 - 7z + 10} dz, C: |z| = 4;$
- $\int_C \frac{\cos z}{(z-i)^2} dz, C: |z| = 2;$



$$5. \int_C \frac{e^z}{\left(z - \frac{\pi i}{2}\right)^5} dz,$$

$$C: |z - 3i| = 2;$$

$$6. \int_C \frac{e^{zi}}{\left(z - \frac{\pi i}{2}\right)^2} dz,$$

$$C: |z - 1| = 2;$$

10. Найти особые точки функции  $w = f(z)$  и выяснить их характер:

$$1. \frac{1}{(z^2 + 1)^3};$$

$$2. \frac{z + 1}{z^7 - 8z^5 + 16z^3};$$

$$3. \frac{\cos z}{z - \frac{\pi}{2}};$$

$$4. \frac{1}{(z^2 + 9)^2};$$

$$5. \frac{\sin z}{z - \pi};$$

$$6. \frac{1}{\sin z};$$

$$7. \frac{z^2 + 1}{z - 1};$$

$$8. \frac{z - 1}{\cos z};$$

$$9. \frac{\cos z}{z - i};$$

11. Найти вычеты относительно особых точек:

$$1. w = \frac{1}{(z^2 + 9)^2} \quad \text{внутри}$$

$$2. w = \frac{1}{(z^2 + 9)^2} \quad \text{внутри } |z + 3i| = 1;$$

$$|z - 3i| = 1;$$

$$3. w = \frac{z^3}{\sin^4 z} \quad \text{внутри } |z| = 1;$$

$$4. w = \frac{1}{z^3 - z^5} \quad \text{для } |z| \leq \frac{1}{2};$$

$$5. w = \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2} \quad \text{для } |z - i| \leq 1;$$

$$6. w = \frac{1}{z^3 - z^5} \quad \text{внутри}$$

$$0,5 \leq |z| \leq 1,5;$$

12. Вычислить интеграл с помощью вычетов:

$$1. \int_{|z|=2} \frac{z^2 + z - 1}{z^2(z - 1)} dz;$$

$$2. \int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z^3 - z^5};$$

$$3. \int_{|z+i|=1} \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2} dz;$$

$$4. \int_{|z+i|=0,7} \frac{dz}{z(1 + z^2)};$$

$$5. \int_{|z-2|=\frac{3}{2}} \frac{e^{iz}}{z(z - \pi)} dz;$$

$$6. \int_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2(z^2 - 9)} dz;$$

13. Найти изображения оригиналов

$$1.a) t^2 + t + 1$$

$$б) \sin^2 t$$

$$в) t^2 e^t$$

$$г) (t - 2)^5 e^{3t}$$

$$2.a) t^3 - \frac{1}{2}t + 4$$

$$б) \sin t \cdot \cos 2t$$

$$в) t \operatorname{sh} 3t$$

$$г) te^{-2t}$$

3. а)  $(t^2 + 3)^2$       б)  $t \operatorname{th} 2t$       в)  $\sin t \sin 3t$       г)  $t^3 + 6t^2 + 9t$   
 4. а)  $(1 - 2t)^2$       б)  $t \cos 2t$       в)  $sh t \sin 2t$       г)  $t^2 + 4t + 5$

#### 14. Найти оригиналы изображений

1. а)  $\frac{1}{p^2 + 4p + 4}$       б)  $\frac{p + 3}{p^2 + 2p + 5}$       в)  $\frac{p + 2}{p(p - 1)(p - 2)(p - 3)}$       г)  $\frac{5}{p^4 + p}$   
 2. а)  $\frac{1}{p^2 + 2p + 2}$       б)  $\frac{p + 1}{(p - 3)(p^2 + 2p + 9)}$       в)  $\frac{p - 4}{(p - 1)(p - 2)(p - 3)}$       г)  $\frac{p + 5}{p^2 + 4p + 9}$   
 3. а)  $\frac{1}{p^2 + 4p + 3}$       б)  $\frac{3 + p}{p^3 + p^5}$       в)  $\frac{p + 2}{(p + 1)(p^2 + 4)}$       г)  $\frac{p + 3}{p^2 - 6p + 10}$   
 4. а)  $\frac{1}{p^2 - 6p + 8}$       б)  $\frac{1}{p^3 + p}$       в)  $\frac{1}{(p - 2)(p^2 - 1)}$       г)  $\frac{3p + 2}{p^2 + 6p + 13}$

#### 15. Решить уравнения операционным методом

1. а)  $y'' + 5y' + 6y = \sin t, y(0) = 0, y'(0) = 1$       б)  $y''' + y = 2, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0$   
 2. а)  $y'' + 4y = 8t, y(0) = 0, y'(0) = 4$       б)  $x'' - 3x' + 2x = e^t \sin 3t, x(0) = 0, x'(0) = -1$   
 3. а)  $y'' - 4y = 4, y(0) = -1, y'(0) = 0$       б)  $x'' - 9x = 2 - t, x(0) = 0, x'(0) = 1$   
 4. а)  $y'' - y' - 6y = 2, y(0) = 1, y'(0) = 0$       б)  $y'' + 4y = 2 \cos 2t, y(0) = 0, y'(0) = 4$   
 5. а)  $y'' - 4y' + 13y = e^{2t} \cos 3t, y(0) = 1, y'(0) = -1$       б)  $x'' + x' = 3 \sin t, x(0) = 0, x'(0) = 1$